КФ ПетрГУ

Варианты контрольных работ

Теория вероятностей и математическая статистика

Селякова С.В.

ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

ВАРИАНТ 1

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 1)

Контрольная работа №3

1. В первом ящике 2 красных и 5 синих папок, во втором – 4 красных и 3 синих. Из первого ящика переложили 2 папки во второй, после чего из второго ящика наудачу достали одну папку. Какова вероятность того, что она красного цвета?

2. Вероятность сдачи студентом контрольной работы в срок равна 0,7. Найти вероятность того, что из 5 студентов вовремя сдадут контрольную работу:

а) ровно 3 студента; б) хотя бы один студент.

3. Всхожесть хранящегося на складе зерна равна 80%. Отбираются 400 зерен. Определить вероятность того, что из отобранных зерен взойдут:

а) ровно 303; б) от 250 до 330.

4. Котировки акций могут быть размещены в Интернете на трех сайтах. Материал есть на первом сайте с вероятностью 0,7, на втором – с вероятностью 0,6, на третьем – с вероятностью 0,8. Студент переходит к новому сайту только в том случае, если не найдет данных на предыдущем. Составить закон распределения числа сайтов, которые посетит студент.

Найти:

а) функцию распределения этой случайной величины и построить ее график;

б) математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

5. Случайная величина X имеет нормальный закон распределения с параметрами a и σ^2.

Найти:

а) параметр σ^2, если известно, что математическое ожидание $M(X)=5$ и вероятность $P(2 < X < 8) = 0{,}9973$;

б) вероятность $P(X < 0)$.

Контрольная работа №4

1. Для проверки качества поступившей партии зерна по схеме собственно-случайной бесповторной выборки произведено 10%-ное обследование. В результате анализа установлено следующее распределение данных о влажности зерна:

Процент влажности	Менее 8	8–10	10–12	12–14	14–16	16––18	18––20	Более 20	Итого
Число проб	7	15	30	35	25	18	7	3	140

Найти: а) вероятность того, что средний процент влажности зерна в партии отличается от ее среднего процента в выборке не более чем на 0,5% (по абсолютной величине); б) границы, в которых с вероятностью 0,95 заключена доля зерна, влажность которого менее 12%; в) объем выборки, при которой те же границы для доли зерна, полученные в пункте б), можно гарантировать с вероятностью 0,9876; дать ответ на тот же вопрос, если никаких предварительных данных о рассматриваемой доле нет.

2. По данным задачи 1, используя χ^2-критерий Пирсона, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X – процент влажности зерна – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 60 предприятий по затратам рабочего времени X (тыс. человеко-дней (чел. дн.)) и выпуску продукции Y (млн. руб.) представлены в таблице:

y / x	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80	Итого:
10–25	1	3	2			6
25–40	3	6	4	1		14
40–55		3	7	6	1	17
55–70		1	6	4	4	15
70–85			2	5	1	8
Итого:	4	13	21	16	6	60

Необходимо:

1) Вычислить групповые средние $\bar{x}_i$ и $\bar{y}_j$, построить эмпирические линии регрессии;

2) Предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость: а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений; б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y; в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить средний выпуск продукции предприятия с затратами рабочего времени 55 тыс. чел. дн.

ВАРИАНТ 2

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 2)

Контрольная работа №3

1. Дано восемь карточек с буквами Н, М, И, И, Я, Л, Л, О. Найти вероятность того, что:

а) получится слово «ЛОМ», если наугад одна за другой выбираются три карточки и располагаются в ряд в порядке появления;

б) получится слово «МОЛНИЯ», если наугад одна за другой выбираются шесть карточек.

2. По телевидению с 1 сентября начинают показывать 4 новых сериала. Вероятность того, что сериал продлится до Нового года, равна 0,3. Найти вероятность того, что до Нового года из этих сериалов продлится:

а) ровно 2; б) хотя бы один.

3. В филиале института 1000 студентов. После окончания занятий в среднем каждый десятый студент занимается в читальном зале. Сколько посадочных мест нужно иметь, чтобы с вероятностью 0,9545 их хватало всем студентам филиала.

4. Законы распределения независимых случайных величин X и Y приведены в таблицах:

X:

x_i	0	1	2
p_i	0,1	?	0,7

Y:

y_j	1	3
p_j	0,6	?

Найти:

а) вероятности $P(X=1)$ и $P(Y=3)$;

б) закон распределения случайной величины $Z=X+Y$;

в) математическое ожидание $M(Z)$ и дисперсию $D(Z)$;

г) функцию распределения $F(z)$.

5. Уровень воды в реке – случайная величина со средним значением 2,5 м и стандартным отклонением 20 см. Оценить вероятность того, что в наудачу выбранный день уровень воды:

а) превысит 3 м; б) окажется в пределах от 2м 20см до 2м 80см.

Контрольная работа №4

1. По схеме собственно-случайной бесповторной выборки проведено 5%-ное обследование вкладов в Сбербанк одного из городов. Результаты обследования 150 вкладов представлены в таблице:

Размер вклада, тыс. руб.	Менее 40	40–60	60–80	80–100	100––120	120––140	Более 140	Итого:
Число вкладов	6	17	35	43	28	13	8	150

Найти: а) вероятность того, что средний размер всех вкладов в Сбербанке отличается от их среднего размера в выборке не более чем на 5 тыс. руб. (по абсолютной величине); б) границы, в которых с вероятностью 0,95 заключена доля вкладов, размер которых менее 80 тыс. руб.; в) объем выборки, при которой те же границы для доли вкладов, полученные в пункте б), можно гарантировать с вероятностью 0,9876; дать ответ на тот же вопрос, если никаких предварительных данных о рассматриваемой доле нет.

2. По данным задачи 1, используя χ^2-критерий Пирсона, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X – размер вклада – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 50 предприятий по стоимости основных производственных фондов X (млн. руб.) и стоимости произведенной продукции Y (млн. руб.) представлены в таблице:

y / x	15–20	20–25	25–30	30–35	35–40	40–45	Итого:
20–30	1	4	2				7
30–40	2	4	5	2			13
40–50		5	6	2	1		14
50–60			1	3	3	4	11
60–70				1	3	1	5
Итого:	3	13	14	8	7	5	50

Необходимо:

1) вычислить групповые средние $\overline{x}_i$ и $\overline{y}_j$ и построить эмпирические линии регрессии;

2) предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость: а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений; б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y; в) используя соответствующее уравнение регрессии, определить среднюю стоимость произведенной продукции, на предприятиях со стоимостью основных производственных фондов 45 млн. руб.

ВАРИАНТ 3

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 3)

Контрольная работа №3

1. Студент пришел на зачет, зная 24 вопроса из 30. Какова вероятность сдать зачет, если для получения зачета необходимо ответить на один вопрос, а преподаватель задает последовательно не более двух вопросов.

2. В среднем 10% заключенных в городе браков в течение года заканчиваются разводом. Какова вероятность того, что из четырех случайно отобранных пар, заключивших брак, в течение года:

а) ни одна пара не разведется; б) разведутся не более двух пар.

3. Вероятность того, что желание, загаданное на Новый год, сбудется, равна 0,7. Найти вероятность того, что из 200 загаданных желаний сбудется:

а) ровно 140; б) от 120 до 150.

4. Дискретная случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \le 4; \\ 0{,}5 & \text{при} \quad 4 < x \le 7; \\ 0{,}7 & \text{при} \quad 7 < x \le 8; \\ 1 & \text{при} \quad x > 8. \end{cases}$$

Найти:

а) ряд распределения случайной величины X;

б) дисперсию $D(X)$;

в) вероятность $P(3 < X < 7{,}5)$.

5. Дневная выручка магазина является случайной величиной со средним значением 10000 руб. и средним квадратическим отклонением 2000 руб.

1) С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что дневная выручка будет находиться в пределах от 6000 до 14000 руб.

2) Найти вероятность того же события, учитывая, что дневная выручка магазина является случайной величиной, распределенной по нормальному закону.

3) Объяснить различие результатов.

Контрольная работа №4

1. По схеме собственно-случайной бесповторной выборки проведено 10%-ное обследование предприятий одной из отраслей экономики в отчетном году. Результаты обследования представлены в таблице:

Выпуск продукции, млн.руб.	Менее 30	30– –40	40– –50	50– –60	60– –70	70– –80	80– –90	Более 90	Итого:
Число предприятий	6	9	19	29	21	9	5	2	100

Найти: а) вероятность того, что средний размер выпуска продукции всех предприятий отличается от его среднего размера в выборке не более чем на 5 млн. руб. (по абсолютной величине); б) границы, в которых с вероятностью 0,95 заключена доля предприятий, выпуск продукции которых менее 50 млн. руб.; в) объем выборки, при которой те же границы для доли предприятий, полученные в пункте б), можно гарантировать с вероятностью 0,9876; дать ответ на тот же вопрос, если никаких предварительных данных о рассматриваемой доле нет.

2. По данным задачи 1, используя χ^2-критерий Пирсона, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X – объем выпуска продукции – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 50 российских коммерческих банков по объему вложений в ценные бумаги X (тыс. руб.) и полученной прибыли Y (тыс. руб.) представлены в таблице:

x \ y	100–120	120–140	140–160	160–180	180–200	200–220	Итого:
1000–1300	4	2	1				7
1300–1600	2	4	2	2			10
1600–1900		4	7	5	1		17
1900–2200			3	4	1	2	10
2200–2500				1	3	2	6
Итого:	6	10	13	12	5	4	50

Необходимо:

1) вычислить групповые средние $\overline{x}_i$ и $\overline{y}_j$ и построить эмпирические линии регрессии;

2) предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость: а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений; б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y; в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить среднюю прибыль, полученную коммерческим банком, вложившим в ценные бумаги 1500 тыс. руб.

ВАРИАНТ 4

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 4)

Контрольная работа №3

1. На школьном участке посадили три плодовых дерева: яблоню, грушу и сливу. Вероятность того, что приживется яблоня, равна 0,8, груша – 0,9, слива – 0,7. Найти вероятность того, что

а) приживутся два дерева; б) приживется хотя бы одно дерево.

2. В семье пять детей. Найти вероятность того, что среди них:

а) два мальчика; б) более двух мальчиков;

в) не менее двух и не более трех мальчиков.

Вероятность рождения мальчика принять равной 0,51.

3. Сколько раз надо подбросить симметричную монету, чтобы с вероятностью 0,9 частость проявления герба отличалась от его вероятности не более, чем на 0,01 (по абсолютной величине)?

4. Имеются 10 билетов: 1 билет в партер стоимостью 500 руб., 3 билета в амфитеатр по 300 руб. и 6 билетов на балкон по 100 руб. После реализации части билетов осталось три билета. Составить закон распределения случайной величины X – стоимости непроданных билетов. Найти математическое ожидание $M(X)$.

5. Плотность вероятности случайной величины X имеет вид:

$$\varphi(x)=\begin{cases} 0 & при \quad x \le 1; \\ ax-2 & при \quad 1 < x \le 2; \\ 0 & при \quad x > 2. \end{cases}$$

Найти:

а) параметр a; б) функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

Что вероятнее: попадание случайной величины в интервал (1,6; 1,8) или в интервал (1,9; 2,6)?

Контрольная работа №4

1. Данные об урожайности зерновых культур в некотором регионе получены с помощью собственно-случайной бесповторной выборки. Результаты обследования 100 предприятий из 1000 приведены в таблице:

Урожайность, ц/га	20– –30	30– –40	40– –50	50– –60	60– –70	70– –80	80– –90	90– –100	Итого:
Число предприятий	6	9	19	29	21	9	5	2	100

Найти: а) границы, в которых с вероятностью 0,9643 заключена средняя урожайность зерновых культур для всех предприятий региона; б) вероятность того, что доля всех предприятий, урожайность зерновых культур в которых

менее 50 ц/га, отличается от доли таких предприятий в выборке не более, чем на 5% (по абсолютной величине); в) объем выборки, при котором границы для средней урожайности, найденные в пункте а), можно гарантировать с вероятностью 0,9807.

2. По данным задачи 1, используя χ^2-критерий Пирсона, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X – урожайность зерновых культур – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 80 литейных цехов машиностроительных заводов по степени компьютеризации процессов производства X (%) и производственным затратам Y (млн. руб.) представлено в таблице:

x \ y	5–6	6–7	7–8	8–9	9–10	Итого:
10–20			2	4	2	8
20–30			1	5	3	9
30–40		2	3	7	1	13
40–50	4	2	10	2		18
50–60	1	3	11	2		17
60–70	2	8	5			15
Итого:	7	15	32	20	6	80

Необходимо:

1) Вычислить групповые средние $\bar{x}_i$ и $\bar{y}_j$, построить эмпирические линии регрессии;

2) Предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость: а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений; б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y; в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить средний процент компьютеризации процессов производства в цехах машиностроительных заводов с производственными затратами 8 млн.руб.

ВАРИАНТ 5

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 5)

Контрольная работа №3

1. Из ящика, содержащего три билета с номерами 1, 2, 3, вынимают по одному все билеты. Предполагается, что все последовательности номеров имеют одинаковые вероятности. Найти вероятность того, что хотя бы у одного билета порядковый номер совпадет с собственным.

2. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,4. Было произведено 600 выстрелов. Найти:

а) границы, в которых с вероятностью 0,9949 будет заключено число попаданий в цель;

б) число выстрелов, которые надо произвести по мишени, чтобы с вероятностью 0,9949 можно было ожидать, что отклонение частости попадания при одном выстреле от его вероятности будет меньше 0,05 (по абсолютной величине).

3. В контрольной работе 5 задач. Для каждой задачи вероятность того, что слабо подготовленный студент решит ее верно, равна 0,3. Составить закон распределения числа верно решенных задач для слабо подготовленного студента. Найти вероятность получения им зачета, если зачет выставляется за работу, в которой решено не менее трех задач.

4. Функция распределения случайной величины X имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при} \quad x\le 0; \\ \dfrac{x}{10} & \text{при} \quad 0<x\le \dfrac{10}{3}; \\ \dfrac{x}{5}-\dfrac{1}{3} & \text{при} \quad \dfrac{10}{3}<x\le \dfrac{20}{3}; \\ 1 & \text{при} \quad x>\dfrac{20}{3}. \end{cases}$$

Найти:

а) плотность вероятности $\varphi(x)$;

б) математическое ожидание $M(X)$; в) вероятность $P(3<X<7{,}5)$.

Построить графики функции $F(x)$ и $\varphi(x)$.

5. Средняя температура воздуха в июле в данной местности 20ºС. Оценить вероятность того, что в июле следующего года средняя температура воздуха будет: а) не более 15ºС; б) более 20ºС.

Контрольная работа №4

1. В результате выборочного обследования 100 предприятий из 1000 по схеме собственно-случайной бесповторной выборки, получено следующее распределение предприятий по росту производительности труда (в процентах по отношению к предыдущему году):

Рост производительности труда, %	13–17	17–21	21–25	25–29	29–33	33–37	Итого:
Число предприятий	6	20	24	29	11	10	100

Найти: а) границы, в которых с вероятностью 0,899 будет находиться средний процент роста производительности труда на всех предприятиях; б) вероятность того, что доля всех предприятий с ростом производительности труда не менее 25% отличается от доли таких предприятий в выборке не более, чем на 5% (по абсолютной величине); в) объем выборки, при котором те же границы для среднего процента роста производительности труда, полученные в пункте а), можно гарантировать с вероятностью 0,9907.

2. По данным задачи 1, используя χ^2-критерий Пирсона, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X – рост производительности труда – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 80 предприятий, выпускающих однотипную продукцию, по количеству реализованных товаров X (тыс. ед.) и цене на производимые товары Y (тыс. руб. за ед. продукции) представлено в таблице:

y / x	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	Итого:
60–70				3	3	6
70–80			1	5	4	10
80–90		2	7	7	1	17
90–00		6	10	4		20
100–110	2	7	8	2		19
110–120	4	4				8
Итого:	6	19	26	21	8	80

Необходимо:

1) Вычислить групповые средние $\overline{x}_i$ и $\overline{y}_j$, построить эмпирические линии регрессии;

2) Предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость: а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений; б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y; в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить количество реализованных товаров предприятий, у которых цена на производимые товары равна 55 тыс.руб. за единицу продукции.

ВАРИАНТ 6

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 6)

Контрольная работа №3

1. Вероятность попадания в цель при одном залпе из двух орудий равна 0,35. Найти вероятность попадания при одном выстреле первым орудием, если для второго орудия эта вероятность 0,75.

2. Что вероятнее: выиграть у равносильного противника (ничейный результат исключается):

а) три партии из четырех или пять из восьми;

б) не менее трех партий из четырех или не менее пяти партий из восьми?

3. При установившемся технологическом процессе в день в среднем происходит 10 обрывов нити на 100 веретенах. Определить вероятность того, что на 800 веретенах произойдет:

а) ровно 78 обрывов нити;

б) обрыв нити произойдет не более чем на 100 веретенах.

4. Участник олимпиады отвечает на три вопроса с вероятностями ответа на каждый соответственно 0,6; 0,7; 0,4. За каждый верный ответ ему начисляется 5 баллов, за неверный списывается 5 баллов. Составить закон распределения числа баллов, полученных участником олимпиады. Найти математическое ожидание этой случайной величины.

5. Случайная величина X подчинена нормальному закону распределения с нулевым математическим ожиданием. Вероятность попадания этой случайной величины в интервал $(-2;2)$ равна 0,5705. Найти среднее квадратическое отклонение и плотность вероятности этой случайной величины.

Контрольная работа №4

1. Для нахождения средней цены продовольственной корзины из 1000 городов России по схеме собственно-случайной бесповторной выборки отобрали 100 городов. Полученные данные представлены в таблице:

Стоимость продовольственной корзины, тыс. руб.	Менее 1,0	1,0–1,2	1,2–1,4	1,4–1,6	Более 1,6	Итого
Число городов	11	27	34	21	7	100

Найти: а) вероятность того, что средняя стоимость продовольственной корзины во всей совокупности отличается от ее средней стоимости в выборке не более чем на 50 руб. (по абсолютной величине); б) границы, в которых с вероятностью 0,9643 находится доля всех городов, в которых средняя цена продовольственной корзины превышает 1200 руб.; в) объем выборки, при которой те же границы для доли (см. п. б)) можно гарантировать с вероятностью 0,9786.

2. По данным задачи 1, используя χ^2-критерий Пирсона, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X – стоимость продовольственной корзины – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 100 средних фермерских хозяйств по числу наемных рабочих X (чел.) и их средней месячной заработной плате на 1 человека Y (тыс. руб.) представлено в таблице:

x \ y	2 – 4	4 – 6	6 – 8	8 – 10	10 – 12	Итого
1–3			6	8	4	18
3–5		2	10	2	2	16
5–7	2	6	8	2		18
7–9	4	12	10	2		28
9–11	10	6	4			20
Итого	16	26	38	14	6	100

Необходимо:

1) Вычислить групповые средние $\bar{x}_i$ и $\bar{y}_j$ и построить эмпирические линии регрессии;

2) Предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость: а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений; б) вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y; в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить среднюю месячную заработную плату одного рабочего в хозяйстве, в котором работают 7 наемных рабочих.

ВАРИАНТ 7

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 7)

Контрольная работа №3

1. В студенческой группе 30 студентов: 20 девочек и 10 мальчиков. Случайным образом четверо из них направляются для прохождения практики в Сбербанк. Найти вероятность того, что среди них окажутся:

а) 2 девочки и 2 мальчика; б) хотя бы 2 девочки.

2. Вероятность того, что за рабочий день расход электроэнергии не превысит нормы, равна 0,75. Требуется найти вероятность того, что за шесть дней работы норма будет превышена:

а) ровно 2 раза; б) хотя бы один раз.

3. Вероятность сбоя при получении денег в банкомате равна 0,001. Найти вероятность того, что из 5000 обращений число сбоев будет:

а) ровно 5; б) не более 5.

4. Среди 7 купленных театральных билетов 3 билета на балкон. Составить закон распределения числа билетов на балкон среди трех наудачу выбранных билетов. Найти функцию распределения этой случайной величины и построить ее график.

5. Плотность вероятности случайной величины X имеет вид:

$$\varphi(x)=\begin{cases} a & при \quad 0<x<5; \\ 0 & в \quad остальных \quad случаях. \end{cases}$$

Найти:

а) параметр a;

б) математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$;

в) вероятность $P(0<X<3)$.

Контрольная работа №4

1. Данные о продолжительности телефонных разговоров, отобранные по схеме собственно-случайной бесповторной выборки, приведены в таблице:

Время, мин	1,5– –2,5	2,5– –3,5	3,5– –4,5	4,5– –5,5	5,5– –6,5	6,5– –7,5	7,5– –8,5	8,5– –9,5	9,5– –10,5	Итого
Число разговоров	3	4	9	14	37	12	8	8	5	100

Найти: а) границы в которых с вероятностью 0,9973 заключена средняя продолжительность телефонных разговоров всех абонентов (число которых очень велико); б) число телефонных разговоров, при котором с вероятностью 0,97 можно было утверждать, что доля всех разговоров продолжительностью не более 6,5 минут отличается от доли таких разговоров в выборке не более, чем на 0,1 (по абсолютной величине); в) вероятность того, что отклонение той

же доли в выборке от генеральной доли (см. п. б)) не превзойдет 0,05 (по абсолютной величине).

2. По данным задачи 1, используя χ^2-критерий Пирсона, уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X – продолжительность телефонных разговоров – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 100 новых видов тарифов на сотовую связь всех известных мобильных систем X (ден. ед.) и выручка от них Y (ден. ед.) приводится в таблице:

x \ y	10	15	20	25	30	35	Итого
20	4	2					6
30		5	3				8
40			5	45	5		55
50			2	8	7		17
60			0	4	7	3	14
Итого	4	7	10	57	19	3	100

Необходимо:

1) Вычислить групповые средние $\bar{x}_i$ и $\bar{y}_j$ и построить эмпирические линии регрессии;

2) Предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость: а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений; б) вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y; в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить среднюю выручку от мобильных систем с 20 новыми видами тарифов.

ВАРИАНТ 8

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 8)

Контрольная работа №3

1. Служащий банка может ездить на работу на трамвае или на автобусе. В 1/3 случаев он пользуется трамваем, а в 2/3 – автобусом. Если он едет на трамвае, то опаздывает с вероятностью 0,05, а если едет на автобусе, то – с вероятностью 0,01. Сегодня служащий опоздал. Какова вероятность, что он ехал на трамвае?

2. В городе 14% пенсионеров и среди них каждый двухсотый верит «некачественной» рекламе. Какова вероятность того, что хотя бы два пенсионера поверят рекламе, если население города составляет 10000 человек?

3. Вероятность того, что покупателю потребуется обувь 40-го размера равна 0,2. В обувной отдел вошли трое покупателей. Пусть X – число тех покупателей, которым потребовалась обувь 40-го размера. Составить закон распределения случайной величины X.

4. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \le a; \\ \dfrac{1}{4}x+\dfrac{1}{2} & \text{при} \quad a < x \le 2; \\ 1 & \text{при} \quad x > 2. \end{cases}$$

Найти:

а) параметр a;

б) математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$;

в) вероятность $P(-1 < X < 3)$.

5. Было посажено 500 кустарников, вероятность прижиться каждому из которых равна 0,8. Оценить вероятность того, что приживутся от 100 до 440 кустарников (включительно). Вычислить вероятность того же события, используя следствие из интегральной теоремы Муавра-Лапласа. Пояснить различие результатов.

Контрольная работа №4

1. Для нахождения среднего времени прорастания семян из большой партии по схеме собственно-случайной бесповторной выборки было отобрано 200 семян. Распределение семян по времени их прорастания представлено в таблице:

Время прорастания, дни	Менее 4	4–6	6–8	8–10	10–12	12–14	Более 14	Итого
Число семян	2	14	55	73	38	10	8	200

Найти: а) границы, в которых с вероятностью 0,9011 находится среднее время прорастания семян во всей партии; б) вероятность того, что доля семян во всей партии, прорастающих менее 8 дней, отличается от доли таких семян в выборке не более чем на 0,1 (по абсолютной величине); в) объем выборки, при которой те же границы для среднего времени прорастания семян (см. п. а)) можно гарантировать с вероятностью 0,9643.

2. По данным задачи 1, используя χ^2-критерий Пирсона, уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X – время прорастания семян – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 50 курящих мужчин по количеству выкуриваемых в день сигарет X (штук) и продолжительности жизни Y (лет) представлено в таблице:

x \ y	Менее 60	60–65	65–70	70 –75	Более 75	Итого
Менее 10		1	1	2	5	9
10–20	1	2	2	3		8
20–30	2	3	3	1		9
30–40	4	5	2	1		12
Более 40	6	5	1			12
Итого	13	16	9	7	5	50

Необходимо:

1) Вычислить групповые средние $\bar{x}_i$ и $\bar{y}_j$ и построить эмпирические линии регрессии;

2) Предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость: а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать содержательную интерпретацию полученных уравнений; б) вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y; в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить среднюю продолжительность жизни мужчины, выкуривающего в день 50 сигарет.

ВАРИАНТ 9

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 9)

Контрольная работа №3

1. В поселке имеется 6 производственных предприятий, 8 магазинов и 4 банка. Вероятность того, что имеется свободная вакансия бухгалтера равна: 0,4 для предприятия; 0,3 для магазина; 0,6 для банка.

1) Найти вероятность того, что в поселке имеется свободная вакансия бухгалтера.

2) Известно, что в поселке есть свободная вакансия бухгалтера. Найти вероятность того, что эта вакансия – в банке.

2. Путем длительных наблюдений установлено, что в данной местности в сентябре в среднем бывает 12 дождливых дней. Что вероятнее: из 6 наудачу взятых дней сентября будет два или три дождливых дня?

3. Нарушение правил дорожного движения приводит к аварии с вероятностью 0,01. Найти вероятность попасть в аварию хотя бы один раз при 100 нарушениях.

4. В урне 2 белых и 3 черных шара. Из нее последовательно вынимают шары до тех пор, пока не появится белый шар. Составить закон распределения случайной величины X – числа извлеченных шаров. Найти:

а) среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$;

б) функцию распределения $F(x)$;

в) вероятность $P(X > 2)$.

5. Размер вклада клиента сберегательного банка – случайная величина, распределенная по биномиальному закону с математическим ожиданием $M(X) = 15$ тыс. руб. и дисперсией $D(X)$=0,4.

1) Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что размер вклада наудачу взятого вкладчика будет заключен в границах от 14 до 16 тыс. руб.

2) Найти вероятность того же события, используя следствие из интегральной теоремы Муавра-Лапласа.

3) Пояснить различие результатов.

Контрольная работа №4

1. По схеме собственно-случайной бесповторной выборки из 1500 участников соревнования было отобрано 100 человек. Их распределение по числу набранных баллов дано в таблице:

Число набранных баллов	52–56	56–60	60–64	64–68	68–72	72–76	Итого
Число участников	9	11	19	30	21	10	100

Найти: а) границы, в которых с вероятностью 0,9861 будет находиться среднее число набранных баллов для всех участников соревнований; б) вероятность того, что доля всех участников соревнований, набравших не менее 68 баллов, отличается от доли таких участников в выборке не более чем на 0,1 (по абсолютной величине); в) объем выборки, при котором те же границы для среднего числа участников (см. п. а)) можно гарантировать с вероятностью 0,97.

2. По данным задачи 1, используя χ^2-критерий Пирсона, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X – число набранных баллов – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму и соответствующую нормальную кривую.

3. В таблице приведено распределение 120 коров по дневному надою Y (в кг) и по жирности X (в %):

x \ y	7	9	11	13	15	Итого
3,3				8		8
3,5			2	16	8	26
3,7		4	16	10	2	32
3,9	2	6	10	2		20
4,1	8	6	20			34
Итого	10	16	48	36	10	120

Необходимо:

1) Вычислить групповые средние $\bar{x}_i$ и $\bar{y}_j$ и построить эмпирические линии регрессии;

2) Предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость: а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать содержательную интерпретацию полученных уравнений; б) вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y; в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить средний процент жирности молока для коров, дневной удой которых составляет 12 кг.

ВАРИАНТ 10

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 0)

Контрольная работа №3

1. При включении зажигания двигатель начинает работать с вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что:

а) двигатель начинает работать при третьем включении зажигания;

б) для запуска двигателя придется включить зажигание не более трех раз.

2. В среднем 5% яблонь доживают до 170 лет. Найти вероятность того, что из 100 наудачу выбранных яблонь доживут до 170 лет:

а) 3 яблони; б) не более 5 яблонь.

3. В институте обучается 1000 студентов. В столовой имеется 105 посадочных мест. Каждый студент отправляется в столовую на большой перемене с вероятностью 0,1. Какова вероятность, что сегодня на всех посадочных мест не хватит?

4. В билете три задачи. Вероятность правильного решения первой задачи равна 0,9, второй – 0,8, третьей – 0,7. Составить закон распределения числа правильно решенных задач в билете и вычислить математическое ожидание этой случайной величины.

5. Случайная величина X имеет нормальный закон распределения с параметрами a и σ^2. Найти эти параметры, если известно, что вероятности $P(X<1)=0{,}5$ и $P(-2<X<4)=0{,}9973$. Вычислить вероятность того, что случайная величина X примет значение, меньшее 2.

Контрольная работа №4

1. Для нахождения средней стоимости компьютера определенной комплектации из 500 компьютерных магазинов региона по схеме собственно-случайной бесповторной выборки было отобрано 100 магазинов. Распределение компьютеров по их стоимости представлено в таблице:

Стоимость компьютера, тыс. руб.	10–12	12–14	14–16	16–18	18–20	20–22	Итого
Число магазинов	3	13	36	26	14	8	100

Найти: а) вероятность того, что средняя цена компьютеров во всех магазинах региона отличается от их средней цены в выборке не более чем на 500 руб. (по абсолютной величине); б) границы, в которых с вероятностью 0,9281 заключена доля всех магазинов региона, в которых средняя цена компьютера не превосходит 14 тыс. руб.; в) объем выборки, при которой те же границы для доли (см. п. б)) можно гарантировать с вероятностью 0,9545.

2. По данным задачи 1, используя χ^2-критерий Пирсона, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X – стоимость компьютера – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 50 городов по численности населения X (тыс. чел.) и среднемесячному доходу на одного человека Y (тыс. руб.) представлено в таблице:

x \ y	2–3	3 – 4	4 – 5	5 – 6	6 – 7	7–8	Итого
0–50	1	1	3				5
50–100		2	5	1			8
100–150		1	1	6	2	2	12
150–200			4	9			13
200–250			2	2	5		9
Более 250					2	1	3
Итого	1	4	15	18	9	3	50

Необходимо:

1) Вычислить групповые средние $\bar{x}_i$ и $\bar{y}_j$ и построить эмпирические линии регрессии;

2) Предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость: а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений; б) вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y; в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить средний доход на одного человека в городе с населением в 180 тыс. человек.